

✿ Chapitre 7 ✿

Expressions algébriques

I. Les polynômes (Complètement hors programme)

Définition 1:

Les monômes sont des expressions algébriques formées du produit d'un coefficient a réel par une puissance (entière) d'une indéterminée x : ax^n .

Exemples de monômes : $4x^0 = 4$, $-3x^1 = -3X$, πx^2 , $12,5x^7$ et $0x = 0$

L'exposant de x est appelé le **degré** du monôme.

Par exemple : $-3x$ est de degré 1, πx^2 est de degré 2, $12,5x^7$ est de degré 7, 4 est de degré 0.

Règle 1:

- On dit qu'un polynôme est **réduit** lorsque tout ses monômes sont de degrés distincts.
- Un polynôme réduit est dit **ordonné** lorsque ses monômes sont rangés suivant les puissances décroissantes de l'indéterminée x .

II. Développer une expression polynomiale

1. Développer, réduire et ordonner.

$x^2(3x - 1)$ n'est, a priori, pas un polynôme puisque ce n'est pas une somme de monômes. Mais distribuons x^2 :

$$x^2(3x - 1) = x^2 \times 3x - x^2 \times 1 = x^2 \times 3x^1 - x^2 = 3x^{2+1} - x^2 = 3x^3 - x^2$$

Ainsi $x^2(3x - 1) = 3x^3 - x^2$ est bien un polynôme de degré 3.

Définition 2:

Deux polynômes sont dits égaux lorsqu'ils ont la même expression développée, réduite et ordonnée.

2. La boîte à outil pour développer.

Propriété 1 :

Les lettres a, b, c, d désignent des nombres, des expressions algébriques, des fonctions numériques etc.

1. Distributivité de la multiplication sur l'addition : $a(b + c) = ab + ac$
2. Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
3. Identités remarquables :

$$\bullet (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \bullet (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \bullet (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemple 1:

Développons, réduisons et ordonnons l'expression $(x + 3)^2 + (x - 3)(2x - 6)$:

$$\begin{aligned} (x - 3)^2 + (x + 3)(2x - 6) &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 + x \times 2x + x \times (-6) + 3 \times 2x + 3 \times (-6) \\ &= x^2 - 6x + 9 + 2x^2 - 6x + 6x - 18 \\ &= 3x^2 - 6x - 9 \end{aligned}$$